# Quadro Resumo - Raciocínio Lógico

Prof. Cláudio Cabral
raciocinologico@gmail.com



## Proprosições (proposições ou sentenças ou frases lógicas)

**São** consideradas **proposições lógicas**:
a) Frases com **sentido completo** ou Frases **declarativas** (**sujeito + verbo**).
Exs.: Pelé jogou no Santos.
A Terra é conhecida como planeta verde.
Viajo.

**Não são** consideradas **proposições lógicas**:
a) Frases que **não** possuem **sentido completo**.
Ex.: Ninguém é de ninguém.

b) Frases **interrogativas**.
Ex.: Sou feliz?

c) Frases **exclamativas**..
Ex.: Passei no concurso!

d) Frases **imperativas**.
Ex.: Escute minhas palavras, meu filho.

e) Sentenças **abertas** representasdas por variáveis.
Exs.: **x** + 3 = 8 / **Ele** foi o melhor presidente do Brasil.

**Obs.:** todas as **frases** que exprimem pensamento de **sentido completo** são consideradas **proposições lógicas**!

## Tabela-verdade

| A | B | ~A | ~B | A ∧ B | A ∨ B | A ⊻ B | A → B | ↔ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | F | V | V | F | V | V |
| V | F | F | V | F | V | V | F | F |
| F | V | V | F | F | V | V | V | F |
| F | F | V | V | F | F | F | V | V |
| | | *negações* | | *conjunção* | *disjunção* | *disjunção exclusiva* | *condicional* | *bicondicional* |

## Número de linhas da tabela-verdade

Em relação às possíveis combinações entre os valores lógicos que as proposições simples podem assunir, teremos um total de $2^n$ **linhas**, onde **"n"** representa o número de **proposições simples**.

Ex.: Quantas linas possui a proposição composta A ∧ B → (C ↔ D)?
n = 4 proposições simples (A, B, C e D)
Nº de linhas = $2^4$ = 16 linhas

## Tautologia - Contradição - Contingência

Em relação ao **valor lógico** de uma proposição simples ou a solução de uma proposição composta, definine-se como:

a) **Tautologia**: se o resultado ou a solução final apresentar somente valoração **verdadeira**.
b) **Contradição**: se o resultado ou a solução final apresentar somente valoração **falsa**.
c) **Contigência**: dizemos que uma **proposição composta** é uma **contigência** ou **indeterminação**, quando não for uma tautologia ou contradição.

| A | B | ~A | ~B | A ∨ ~A | A ∧ ~A | A → ~B |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | F | V | F | F |
| V | F | F | V | V | F | V |
| F | V | V | F | V | F | V |
| F | F | V | V | V | F | V |
| | | | | tautologia | contradição | contigência |
| | | | | exemplos | | |

## Equivalência lógica

Duas **proposições compostas** são **equivalentes**, quando ambas possuem **a mesma solução** da tabela-verdade. As principais equivalências são:

**Pela negação:**
Negação da **conjunção**:.......... ~ (A ∧ B) ≡ (~ A) ∨ (~ B) } Leis de Morgan
Negação da **disjunção**:........... ~ (A ∨ B) ≡ (~ A) ∧ (~ B) } Leis de Morgan
Negação da **disj. exclusiva**:..... ~ (A ⊻ B) ≡ A ↔ B
Negação da **condicional**:........ ~ (A → B) ≡ A ∧ (~ B)
Negação da **bicondicional**:..... ~ (A ↔ B) ≡ [A ∧ (~ B)] ∨ [B ∧ (~ A)]

**Pela teoria da involução:** A → B ≡ (~ A) ∨ B
**Pela Contrapositiva:** A → B ≡ (~ B) → (~ A)

Exemplo da **negação** de uma **conjunção**:
**Afirmação:** Paulo **é** padre **e** Carlos **não é** corredor.
**Negação:** Paulo **não é** padre **ou** Carlos **é** corredor.

Exemplo da **negação** de uma **disjunção**:
**Afirmação:** Rose **não ri ou** Cátia **não chora**.
**Negação:** Rose **ri e** Cátia **chora**.

Exemplo da **negação** de uma **disjunção exclusiva**:
**Afirmação:** **Ou** Beto estuda **ou** Lia dorme.
**Negação:** Beto estuda **se e somente se** Lia dorme.

Exemplo da **negação** de uma **condicional**:
**Afirmação:** **Se** Rute **beija**, **então** Marcelo **não estuda**.
**Negação:** Rute **beija e** Marcelo **estuda**.

Exemplo da **negação** de uma **bicondicional**:
**Afirmação:** Rita viaja **se e somente se** Bia trabalhar.
**Negação:** Rita viaja **e** Bia **não** trabalha **ou** Bia trabalha **e** Rita **não** viaja.

Exemplo de **equivalência** pela **Teoria da Involução**:
**Afirmação:** **Se** Leo **não ama**, **então** Ana **sorri**.
**Equivalência:** Léo ama **ou** Ana sorri.

Exemplo da **equivalência** pela **Contrapositiva**:
**Afirmação:** **Se** Leo **não ama**, **então** Ana **sorri**.
**Equivalência:** **Se** Ana **não sorri**, **então** Leo **ama**.

## Formas de interpretações de uma condicional

Uma **proposição condicional** do tipo **"Se A, então B"** pode ser expressa (dita) de várias formas. Eis algumas:

**Se** A, B
**Quando** A, B
A **implica em** B
B, **Se** A
A **somente se** B
A **é condição suficiente para** B
**É suficiente que** A, **para que** B
B **é condição necessária para** A
**É necessário que** B, **para que** A
**Todo** A **é** B

Seja a seguinte proposição condicional:
**Se** Zeca é gentil, **então** Teresa não reclama.

**1ª representação:**
**Se** Zeca é gentil, Teresa não reclama.

**2ª representação:**
**Quando** Zeca é gentil, Teresa não reclama.

**3ª representação:**
Zeca ser gentil **implica em** Teresa não reclamar.

**4ª representação:**
Teresa não reclama, **se** Zeca for gentil.

**5ª representação:**
Zeca é gentil **somente se** Teresa não reclama.

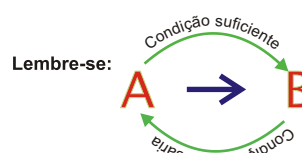
**6ª representação:**
Zeca ser gentil **é condição suficiente** para Teresa não reclamar.

**7ª representação:**
**É suficiente que** Zeca seja gentil para que Teresa não reclame.

**8ª representação:**
Teresa não reclamar **é condição necessária** para Zeca ser gentil.

**9ª representação:**
**É necessário que** Teresa não reclame **para que** Zeca seja gentil.

**10ª representação:**
**Toda vez que** Zeca é gentil, Teresa reclama.

**Lembre-se:**

## Dupla negação (Teoria da Involução)

Seja "A" uma proposição verdadeira. Logo:
A = V
~A = F
~(~A) = V

A ≡ ~(~A) "A dupla negação, gera uma afirmação"

## Lógica de argumentação

Uma **afirmação** formada por um número finito de **proposições** $A_1$, $A_2$, ..., $A_n$, que tem como consequência outra **proposição**, B, é denominada **argumento**, quando as proposições $A_1$, $A_2$, ..., $A_n$ são as **premissas** e B é a **conclusão**. Se, em um **argumento**, a **conclusão** for uma **consequência obrigatria** das **verdades** de suas **premissas**, então, dizemos que este **argumento** é **válido** (**tautologia**)

**Exemplo:** Sejam as premissas $A_1$, $A_2$ e $A_3$ e a conclusão B.

$A_1$: Pedro é pedreiro **e** Paulo não é músico.
$A_2$: **Se** Patrícia é médica, **então** Paulo é Músico.
$A_3$: **Ou** Ana é pintora, **ou** Patrícia é médica.

**Dedução para as conclusões:**

Lembrando que, para que esse **conjunto de premissas** forme um **argumento válido**, **todas** essas **premissas** deverão ser **verdadeiras**.

Sendo a premissa $A_1$ uma **conjunção**, suas **proposições simples** que a compõe serão, **necessariamente**, ambas, **verdadeiras**, portanto, **Pedro é pedreiro** e **Paulo não é músico**.

Sendo a premissa $A_2$ uma **condicional**, e conhecendo-se o valor de sua **2ª premissa simples** como **falsa**, então sua **1ª premissa simples** deverá ser, necessariamente, **falsa**, caso contrário a premissa $A_2$ será **falsa**. Portanto, **Patrícia não é médica**.

Por último, tem-se que a premissa $A_3$, representada por uma **disjunção exclusiva** se uma de suas partes for **verdadeira** e a outra, **falsa**. Sabendo-se que sua **2ª premissa simples** é **falsa**, logo, sua **1ª premissa simples** deverá ser, **necessariamente**, **verdadeira**, por conseguinte, concluímos que **Ana é pintora**.

**B: (conclusões): Pedro é pedreiro**; **Paulo não é músico**; **Patrícia não é médica** e **Ana é pintora**.

## Proposições Categóricas

Tipos de **proposições** formadas com os seguintes termos: **todo**, **algum** e **nenhum**. São chamadas de **proposições categóricas**.

São classificadas em:

**Universais:**
- **Todo A é B (afirmativa universal)**
- **Nenhum A é B (negativa universal)**

**Particulares:**
- **Algum A é B (afirmativa particular)**
- **Algum A não é B (negativa particular)**

**a) Afirmativa Universal: Todo A é B**

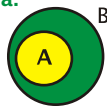
Tais proposições afirmam que o conjunto **A está contido** no conjunto **B**, ou seja, **todo e qualquer elemento de A, também é elemento de B.**

**Observação:**

Dizer que **Todo A é B** não significa o mesmo que **Todo B é A**.

São **equivalentes** as seguintes expressões:

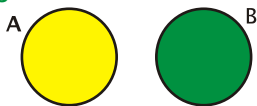
- **Todo** homem racional **é** pensador.
- **Qualquer** homem racional **é** pensador.
- **Cada** homem racional **é** pensador.

**Representação em diagrama:**

**b) Negativa Universal: Nenhum A é B**

Tais proposições afirmam que os conjuntos **A** e **B** são **disjuntos**, isto é, **A e B não possuem elementos em comum**.

Dizer que Nenhum A é B é **logicamente equivalente** a dizer que:

- **Nenhum** flamenguista **é** vascaíno.
- **Nenhum** vascaíno **é** flamenguista.

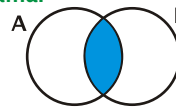
**Representação em diagrama:**

**c) Afirmativa particular: Algum A é B**

De maneira geral, proposições da forma **Algum A é B** estabelecem que **o conjunto A tem pelo menos um elemento em comum com o conjunto B**. Contudo, quando dizemos que **Algum A é B**, presumimos que **nem todo A é B**.

Dizer que **Algum A é B** é **logicamente equivalente** a dizer que **Algum B é A**.

Também, são **equivalentes** as expressões seguintes:

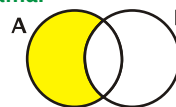
- **Algum** brasileiro **é** adotado.
- **Pelo menos um** brasileiro **é** adotado.
- **Existe um** brasileiro que **é** adotado.

**Representação em diagrama:**

**d) Negativa particular: Algum A não é B**

Proposições na forma **Algum A não é B** estabelecem que o conjunto **A tem pelo menos um** elemento **que não pertence** ao conjunto **B**.

Dizer que Algum A não é B é logicamente equivalente a dizer que:

- **Algum** policial **não é** honesto
- **Algum** policial **é não** honesto
- **Algum não** honesto **é** policial.
- **Nem todo** policial **é** honesto.

**Representação em diagrama:**

**Negação de uma proposição categórica**

~ (Todo A é B) ≡ Algum A não é B

~ (Nenhum A é B) ≡ Algum A é B

**Pela recíprocra da negação, teremos:**

~ (Algum A não é B) ≡ Todo A é B

~ (Algum A é B) ≡ Nenhum A é B

## Proposições quantificadas ou funcionais

**O quantificador universal**

O **quantificador universal**, usado para transformar **proposições abertas** em **proposições fechadas**, é indicado pelo símbolo "$\forall$" que se lê: "qualquer que seja", "para todo", "para cada". Daremos alguns exemplos:

1º) $(\forall x)(x + 5 = 9)$: lê-se "qualquer que seja x, temos que x + 5 = 9" (**falsa**)

2º) $(\forall x)(x^2 + 2x - 6 = 0)$: lê-se "para todo x, $x^2 + 2x - 6 = 0$" (**falsa**)

3º) $(\forall x)(x - 1 > 7)$: lê-se "para cada valor de x, temos que x − 1 > 7" (**falsa**)

**O quantificador existencial**

O **quantificador existencial** é indicado pelo símbolo: "$\exists$" que se lê: "existe", "existe pelo menos um" e "existe um". Daremos alguns exemplos:

1º) $(\exists x)(x + 5 = 9)$: lê-se "existe um número x, tal que x + 5 = 9" (**verdadeira**)

2º) $(\exists x)(x^2 + 4x - 9 = 0)$: lê-se "existe pelo menos um número x, tal que $x^2 + 4x - 9 = 0$" (**verdadeira**)

3º) $(\exists x)(3x + 4 > 8)$: lê-se "existe um número x, tal que 3x + 4 > 8" (**verdadeira**)

**Negação das proposições quantificadas**

I) Seja uma **sentença quantificada**, do tipo $(\forall x)(A(x))$, sua negação será dada da seguinte forma: substitui o **quantificador universal** pelo **existencial** e nega-se A(x), obtendo: $(\exists x)(\neg A(x))$.

Exemplo: **sentença:** $(\forall x)(x + 4 = 13)$
**negação:** $(\exists x)(x + 4 \neq 13)$

II) Seja uma **sentença quantificada**, do tipo $(\exists x)(B(x))$, sua negação será dada da seguinte forma: substitui o **quantificador existencial** pelo **universal** e nega-se B(x), obtendo: $(\forall x)(\neg B(x))$.

Exemplo: **sentença:** $(\exists x)(2x = x^2)$
**negação:** $(\forall x)(2x \neq x^2)$